I versi di Tartaglia e l'equazione di terzo grado

Nicolò Fontana, detto Tartaglia (Brescia 1500 - Venezia 1557) è uno dei numerosi algebristi italiani del '500. Accanto a lui si ricordano Scipione dal Ferro (1465 - 1526), Gerolamo Cardano (1501 - 1576), Ludovico Ferrari (1522 - 1565) e Raphael Bombelli (1526 - 1572). Tutti si occuparono in varia misura della soluzione delle equazioni di terzo grado, rivendicando la paternità della soluzione con dispute furibonde.
La soluzione dell'equazione di terzo grado $x^3 + p\,x = q$ viene presentata da Tartaglia nel 1530 con una formulazione in versi.

Quando che 'l cubo con le cose appresso
se agguaglia a qualche numero discreto
trovan dui altri differenti in esso.

Da poi terrai questo per consueto
che il lor produtto sia sempre uguale
al terzo cubo delle cose neto.

El residuo poi suo generale
delli lor lati cubi ben sottratti
varrà la tua cosa principale.

In el secondo de codesti atti
quando che 'l cubo restasse lui solo
tu osserverai quest'altri contratti,

Del numero farai due tal part'à volo
che l'una in l'altra si produca schietto
el terzo cubo delle cose in stolo

Dalla qual poi, per commun precetto
torrai li lati cubi insieme gionti
et cotal somma sarà il tuo concetto.

El terzo poi di questi nostri conti
se solve col secondo se ben guardi
che per natura son quasi congionti.

Questi trovai, et non con passi tardi
nel mille cinquecente, quatro e trenta
con fondamenti ben saldi e gagliardi
nella città dal mare intorno centa.

Interpretando questi versi, con il simbolismo algebrico odierno, si giunge alla formula detta di Cardano.

Quando che 'l cubo con le cose appresso
se agguaglia a qualche numero discreto $x^3 + px = q$

trovan dui altri differenti in esso. $u - v = q$

Da poi terrai questo per consueto
che il lor produtto sia sempre uguale

al terzo cubo delle cose neto. $uv = \left(\frac{p}{3}\right)^3$

$$u = v + q \qquad (v+q)\,v = \frac{p^3}{27}$$

$$v = -\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

$$u = \frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}$$

El residuo poi suo generale
delli lor lati cubi ben sottratti

varrà la tua cosa principale. $x = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}$

Si ottiene così la formula risolutiva

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

I versi successivi descrivono la risoluzione delle equazioni

$x^3 = px + q$ $$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}$$

$x^3 + q = px$ $$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} - \frac{p^3}{27}}}$$